МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР

Заочная школа

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

6 класс.
Задание № 2.

Текстовые задачи
(арифметический способ)

Новосибирск

Давным-давно, в старое доброе время любили в школе текстовые арифметические задачи. Методам их решения, зачастую весьма изощренным, учили долго и тщательно, и умения эти сохранялись на всю жизнь. При этом школа не только учила методам, но и воспитывала вкус – арифметическое решение считалось более красивым, чем алгебраическое. Впрочем, и сегодня, для любого мало-мальски математически воспитанного человека арифметические решения текстовых задач выглядят куда как привлекательнее алгебраических решений.

И. Ф. Шарыгин, математик, педагог и ученый, популяризатор науки.

На конкурсных экзаменах часто встречаются текстовые задачи, предполагающие именно арифметические решения. Кроме того, бывают ситуации, когда здравые арифметические соображения могут существенно упростить процесс решения. О таких задачах мы и расскажем в этом пособии.

ЗАДАЧИ НА ЧАСТИ (ДРОБИ).

Рассмотрим решение задач, где основную роль будут играть *части (дроби*). Такого рода задачи требуют хорошего логического мышления. Практически все разобранные нами задачи будут содержать наглядные схематические чертежи (графические иллюстрации), рисунки. Именно такой подход (метод наглядности) во многом обеспечивает более глубокое понимание сути задач, облегчает анализ и поиск способа решения этих задач.

Напомним основные знания, связанные с понятием части (дроби), которые необходимы нам при решении такого рода задач.

Если предмет разделён на равные части, то их называют *долями.* Название долей зависит от того, на сколько равных частей разделена одна целая (единица) или предмет, принимаемый нами за единицу.

Если, например, круг разделить на две равные части, то получим вторые доли; если на три равные части, то третьи доли; если на четыре равные части, то четвёртые доли и т.д.. Вторые, третьи, четвёртые доли получили особые названия: *половина, треть, четверть* (рис.1).

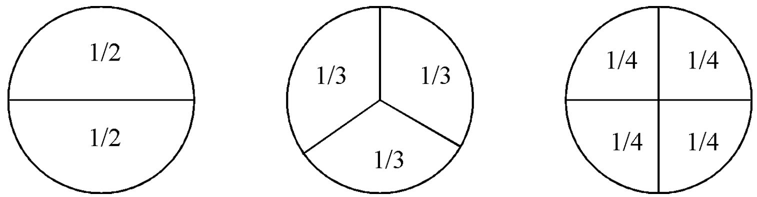
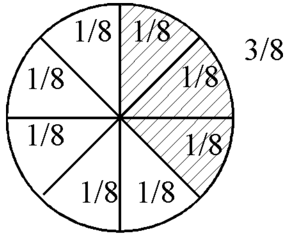


Рис.1

Одну долю или несколько равных долей единицы называют *дробью*. Дроби записывают с помощью натуральных чисел и черты. Например, три восьмых записывают так: $\frac{3}{8}$. Число, стоящее над чертой, называют *числителем дроби*, а число, стоящее под чертой, называют *знаменателем дроби*.

Знаменатель дроби показывает на сколько равных частей разделена единица, а числитель дроби показывает сколько таких частей взято. Например, дробь $\frac{3}{8}$ (рис.2) показывает, что предмет разделён на 8 равных частей и взято 3 таких части



$$1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$$

Рис.2

Предмет можно разделить на любое количество долей. Следовательно, единицу можно представить в виде дроби с любым знаменателем: $1=\frac{5}{5}$, $1=\frac{100}{100}$, $1=\frac{327}{327}$ и т.д.

- ***Чтобы найти дробь от числа, достаточно это число умножить на данную дробь.***
- ***Чтобы найти число по данному значению его дроби, надо это значение разделить на дробь.***

Рассмотрим решение типичных арифметических задач.

Задача 1. Разность длины и ширины прямоугольного участка земли равна 80 м, при этом ширина меньше длины в 9 раз. Вычислите площадь этого участка.

Решение.

Пусть ширина прямоугольника составляет одну часть. Так как длина прямоугольника в 9 раз больше ширины, значит, длина составляет 9 частей (рис.3). Разность длины и ширины составляет 8 частей, что по условию задачи равно 80м. Очевидно, что одна часть равна 10м ($80:8=10$).

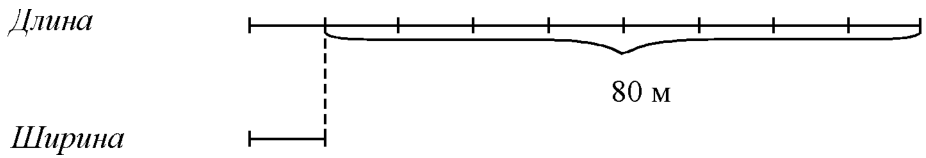


Рис.3

И это есть ширина прямоугольника, тогда длина равна $10\cdot 9=90$ (м).

Вычисляем площадь прямоугольного участка земли: $90\cdot 10=900$ ($м^2$).

Ответ: $900\,м^2$.

Задача 2.

У Братца Кролика $\frac{4}{9}$ всего огорода занимают посадки капусты, а $\frac{1}{3}$ всего огорода отведена под морковь. Найдите площадь всего огорода Братца Кролика, если площадь под капустой на $270\,м^2$ больше площади, отведённой под морковь?

Решение.

Найдем разницу (в частях) между площадью, занимаемой капустой, и площадью, занимаемой морковью: $\frac{4}{9}-\frac{1}{3}=\frac{4-3}{9}=\frac{1}{9}$.

Эта разница по условию задачи равна $270\,м^2$. Но площадь всего огорода – это $\frac{9}{9}$, следовательно, в 9 раз больше.

Отсюда $270\cdot 9=2430$ ($м^2$) – площадь всего огорода Братца Кролика.

Проверка.

1) $2430\cdot\frac{4}{9}=1080$ ($м^2$) – отведено под капусту;

2) $2430\cdot\frac{1}{3}=810$ ($м^2$) – отведено под морковь;

3) $1080-810=270$ ($м^2$).

Полученная разница в площадях соответствует условию задачи, значит, задача решена верно.

Ответ: $2430\,м^2$.

Часто простой схематический рисунок представляет ситуацию в наглядном виде. Это значительно убыстряет анализ данных и нахождение способа решения. Рассмотрим следующие задачи.

Задача 3. Масса бидона, заполненного молоком, равна 32кг. Масса бидона, заполненного на одну треть, равна 15кг. Какова масса пустого бидона?

Решение.

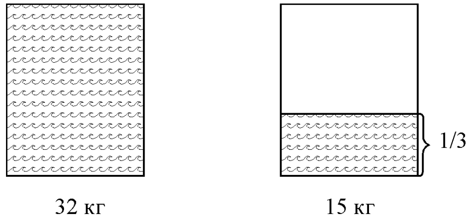


Рис.4

С помощью схематического рисунка (рис.4), понятно, что разность $(32-15)$ кг – это масса молока, которого не достает во втором бидоне до его наполнения. Ясно так же, что это составляет $\frac{2}{3}$ количества молока в полном бидоне. Отсюда понятен следующий ход решения:

1) $32-15=17$ (кг) - $\frac{2}{3}$ массы молока, вмещающегося в бидон;

2) $17:2=8{,}5$ (кг) – это $\frac{1}{3}$ массы молока, вмещающегося в бидон;

3) $15-8{,}5=6{,}5$ (кг) – это масса пустого бидона;

Ответ: 6,5кг.

Задача 4. На трёх полках лежат книги. Если три книги с третьей полки переложить на вторую, то на первой и третьей полках книг станет поровну, а на второй - вдвое больше, чем на первой. Сколько книг было на каждой полке первоначально, если всего их было 68? *Решение.*

Построив схематический чертёж (рис.5), легко догадаться, что после перекладывания трёх книг с третьей полки на вторую получаем: первая и третья полки содержат по одной части книг, а вторая содержит две таких же части книг. Общее количество книг равно 68.

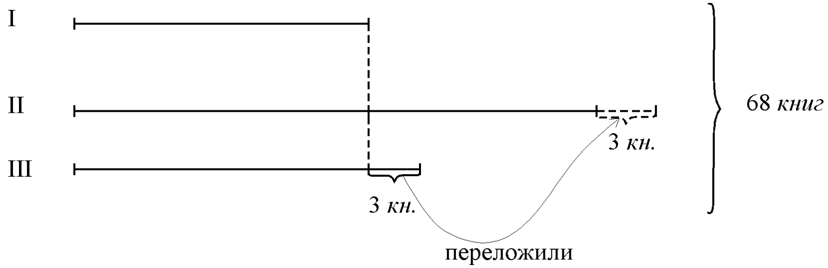


Рис.5

Следовательно, решение будет таким:

1) $68:4=17$ (книг) – было на первой полке (составляет одна часть);

2) $17+3=20$ (книг) - было на третьей полке;

3) $17\cdot 2-3=31$ (книга) - было на второй полке.

Проверка.

1) $20-3=17$ (книг) - останется на третьей полке; это равно количеству книг на первой полке;

2) $31+3=34$ (книги) - стало на второй полке;

3) $34:17=2$ (раза).

Действительно, на второй полке стало книг в два раза больше, чем на первой.

4) $17+31+20=68$ (книг) – всего на трёх полках.

Ответ: 17книг, 31книга, 20книг.

ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ

Теперь рассмотрим решение несложных задач на проценты, так как после преобразования процентов в дробь мы получим обычные текстовые задачи, которые решаются с помощью арифметических действий.

Напомним понятие процента.

Процентом называют сотую часть числа.

Вместо слова «процент» пишут значок «%».

С помощью этого знака можно записать: $1\%=\frac{1}{100}$ или $1\%=0{,}01$.

Чтобы выразить проценты в виде десятичной дроби достаточно число процентов разделить на 100.

Например, $27\%=\frac{27}{100}=0{,}27$.

При решении задач полезно использовать следующий факт:

50% - это *половина* величины ($50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$),

25% - это *четверть* величины ($25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$),

20% - это *пятая часть* величины ($20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$).

Рассмотрим решение следующих задач.

Задача 5. Когда из первого горшочка Винни-Пух перелил во второй 20% находившегося в первом горшочке мёда, то в обоих горшочках мёда стало поровну. Сколько литров мёда было во втором горшочке, если всего мёда 32литра?

Решение.

Заметим, что $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$. Именно данное количество процентов позволяет легко выполнить схематический рисунок к условию задачи (рис. 6). С помощью этого рисунка рассуждения по решению задачи можно провести двумя способами.

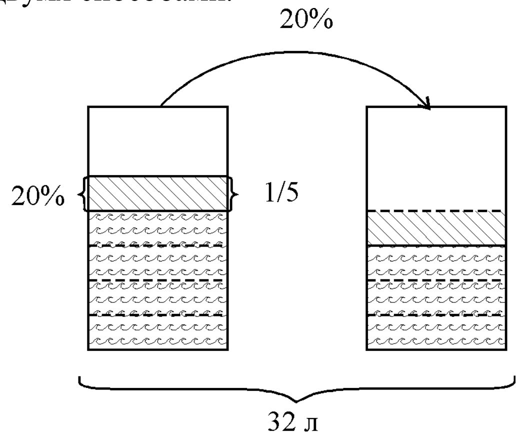


Рис.6

1 способ.

Так как после переливания из первого горшочка во второй мёда в горшочках стало поровну, то количество мёда найти очень просто:

$32 : 2 = 16$ (л). После переливания в первом горшочке осталось $\frac{4}{5}$ первоначального количества мёда, что составляет 16литров. Продолжаем

решение: $16 : 4 = 4$ (л) – составляет $\frac{1}{5}$ часть. Тогда $4 \cdot 5 = 20$ (л) – столько мёда было в первом горшочке и

$4 \cdot 3 = 12$ (л) – столько мёда было во втором горшочке.

2 способ.

Общее количество мёда в двух горшочках составляет 8 одинаковых частей ($\frac{5}{5}$ в первом горшочке и $\frac{3}{5}$ - во втором). Поэтому решаем так:

1) $32 : 8 = 4$ (л) - составляет $\frac{1}{5}$ часть;
2) $4 \cdot 5 = 20$ (л) мёда было в первом горшочке;
3) $4 \cdot 3 = 12$ (л) мёда было в втором горшочке.

Проверка.

1) $20 \cdot \frac{1}{5} = 4$ (л) – перелил Винни-Пух из первого горшочка во второй;
2) $20 - 4 = 16$ (л) – осталось в первом горшочке;
3) $12 + 4 = 16$ (л) – стало во втором горшочке;

Действительно, в первом и втором горшочках мёда стало поровну.

4) $20 + 12 = 32$ (л) – в обоих горшочках вместе.

Ответ: 12литров.

Задача 6. У Царя Гороха было три сына. В своем завещании он разделил своё Царство размером 960га между тремя сыновьями. Старшему сыну досталась треть всех земель, среднему - 80% того, что должен был получить старший, а младшему – все остальное Царство. Сколько гектаров должен получить младший сын?

Решение.

Заметим, что $80\% = \frac{80}{100} = 0{,}8$.

1) $960 \cdot \frac{1}{3} = 320$ (га) – досталось старшему сыну;
2) $320 \cdot 0{,}8 = 256$ (га) – досталось среднему сыну;
3) $320 + 256 = 576$ (га) – старшему и среднему вместе;
4) $960 - 576 = 384$ (га) – досталось младшему сыну;

Ответ: 384га.

Мы видим, что после записи процентов в виде обыкновенной (или десятичной) дроби задача на проценты превратилась в обычную арифметическую задачу, которая решается по действиям путём логических рассуждений.

Рассмотрим решения ещё нескольких задач арифметическим способом.

Задача 7. Число 81 надо представить в виде четырех слагаемых так, что если к первому слагаемому прибавить 2, от второго отнять 2, третье умножить на 2, а четвёртое разделить на 2, то все результаты будут равны. Найдите эти слагаемые.

Решение.

Согласно условию задачи построим схематический чертёж (рис.7).

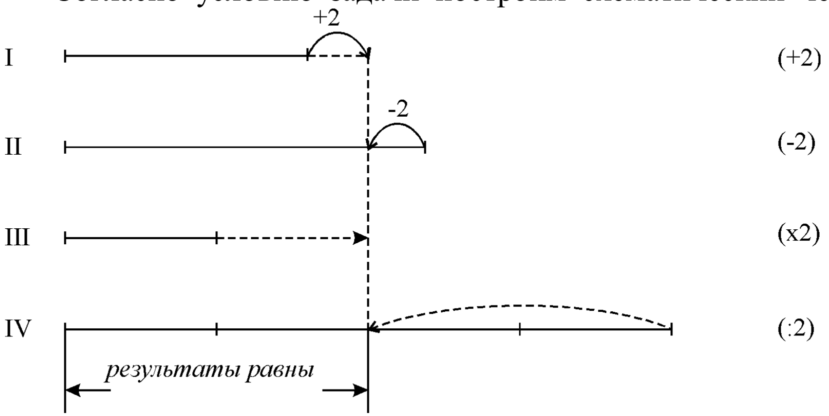


Рис.7

Слагаемые изображены в виде отрезков. Наименьшее слагаемое – третье и поэтому именно его удобнее всего принять за одну часть. После выполнения указанных в условии задачи действий над всеми слагаемыми, мы получим: каждый новый отрезок будет содержать по две одинаковых части. Очевидно, что данное число 81 содержит 9 частей. Отсюда следующий ход решения задачи:

1) $81:9=9$ - третье слагаемое;
2) $9\cdot 2-2=16$ - первое слагаемое;
3) $9\cdot 2+2=20$ - второе слагаемое;
4) $9\cdot 4=36$ - четвертое слагаемое;

Проверка.

1) $16+2=18$ - первое измененное слагаемое;
2) $20-2=18$ - второе измененное слагаемое;

3) $9\cdot 2=18$ - третье измененное слагаемое;
4) $36:2=18$ - четвертое измененное слагаемое;

Убедились, что после указанных действий результаты оказались равными.

5) $16+20+9+36=81$ - данное число.

Ответ: $81=16+20+9+36$.

Задача 8. Расстояние между двумя городами Леопольд проехал в два дня. В первый день он проехал половину пути и еще 24 км, а во второй день ему осталось проехать расстояние в 3 раза меньшее, чем в первый день. Найдите расстояние между городами.

Решение.

Задача, на первый взгляд, непростая. Попробуем разобраться с нею при помощи наглядного схематического чертежа. Так как во второй день Леопольд проехал расстояние в три раза меньшее, чем в первый, то изобразим это так (рис.8).

Значит, во второй день пройдена $\frac{1}{4}$ часть всего пути AC.

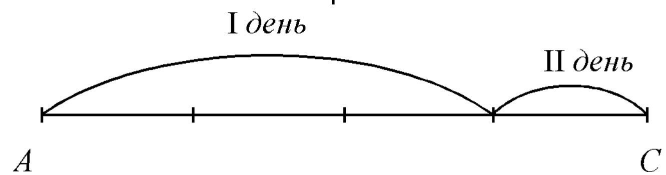


Рис.8

По условию задачи, известно, что в первый день он прошёл половину пути и ещё 24 км. И вот она догадка!

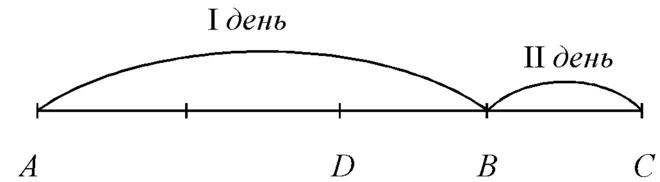


Рис.9

Половина пути –это отрезок AD ($\frac{2}{4}$ всего пути) и тогда на отрезок BD приходится 24км, что является четвертью всего пути (рис.9). Весь путь определяется элементарно: $24\cdot 4=96$ (км)

(это самый рациональный путь решения).

Проверка.

1) $96:2+24=72$ (км) – проехал Леопольд в первый день;
2) $96-72=24$ (км) – проехал Леопольд во второй день;
3) $72:24=3$ (раза).

Действительно, во второй день пройдено расстояние в три раза меньшее, чем в первый день.

Ответ: 96 км.

Задача 9. Дядя Федор и его друзья нашли клад, в котором было 42 золотых монеты. Сначала они израсходовали $\frac{2}{7}$ всего клада на покупку коровы Мурки, затем 40% остатка - на покупку трактора, затем $\frac{5}{6}$ нового остатка израсходовали на покупку ружья для Шарика. Сколько золотых монет у них осталось?

Решение.

1) $42\cdot\frac{2}{7}=12$ (монет) – израсходовали на покупку коровы Мурки;
2) $42-12=30$ (монет) – первый остаток монет;

Очевидно, что 40%=0,4.

3) $30\cdot 0{,}4=12$ (монет) – израсходовали на покупку трактора;
4) $30-12=18$ (монет) – второй (новый) остаток монет;
5) $18\cdot\frac{5}{6}=15$ (монет) – израсходовали на покупку ружья для Шарика;
6) $18-15=3$ (монеты) – осталось.

Ответ: 3монеты.

Рекомендуем вам выполнять проверку в каждой задаче домашнего задания, так как в случае ошибки в решении, именно проверка поможет вам её обнаружить.

Надеемся, что после изучения данного пособия вы заинтересуетесь этой темой и будете пробовать решать трудные задачи именно арифметическим способом.

Удачи и интересных решений!

Составители: Бунеев А.Е., Бунеева Л.В., Бунеева Н.А.

Подписано к печати 25.06.19 Формат 60x84/16
Офсетная печать Тираж 200 экз.
Уч. изд.л. 0.75